Printed Pages – 7

H-206

B.Sc. (Part-II) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equations)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Two parts from each unit are compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई–I / UNIT-I

Q. 1. (a) $(1-x)\frac{dy}{dx}=y$ को घात श्रेणी विधि से हल कीजिए।

Solve by power series method $(1-x)\frac{dy}{dx}=y$.

(b) सिद्ध कीजिए :

$$J_n J'_{-n} - J'_n J_{-n} = -\frac{2 \sin n\pi}{\pi x}$$

Prove that :

$$J_n J'_{-n} - J'_n J_{-n} = -\frac{2 \sin n\pi}{\pi x}$$

(c) सिद्ध कीजिए :

$$nP_n = xP'_n - P'_{n-1}$$

Prove that :

$$nP_n = xP'_n - P'_{n-1}$$

इकाई–II / UNIT-II

Q. 2. (a) मूल्यांकन कीजिए :

$$L\{\cos^3 2t\}$$

Evaluate :

$$L\{\cos^3 2t\}$$

(b) हैवीसाइड प्रसार सूत्र का प्रयोग कर $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Using Heaviside's expansion formula, find :

$$L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}\right\}$$

(c) प्रतिबन्ध $y(0)=1, y'(0)=0$ को संतुष्ट करने वाले अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$ का हल ज्ञात कीजिए।

Find the solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$ satisfying the conditions $y(0)=1, y'(0)=0$.

इकाई–III / UNIT-III

Q. 3. (a) हल कीजिए :

$$(z^2 - 2yz - y^2)p + (xy + xz)q = xy - xz$$

Solve :

$$(z^2 - 2yz - y^2)p + (xy + xz)q = xy - xz$$

(b) $p^2 + q^2 = x + y$ का पूर्ण हल (C.I.) ज्ञात कीजिए।

Find complete integral (C.I.) of $p^2 + q^2 = x + y$.

(c) चार्पी विधि से हल कीजिए :

$$q = px + p^2$$

Solve by Charpit's method :

$$q = px + p^2$$

इकाई–IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$t + s + q = 0$$

Solve :

$$t + s + q = 0$$

(b) हल कीजिए :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - 2\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{1}{x^2}$$

Solve :

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - 2\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{1}{x^2}$$

(c) हल कीजिए :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

Solve :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$$

इकाई–V / UNIT-V

Q. 5. (a) यदि फलनक $I[y(x)]=\int_0^1\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx$ वर्ग $c'[0, 1]$ पर परिभाषित हो तो सिद्ध कीजिए कि $I[1]=1, I[x]=\sqrt{2}$ तथा $I[x^2]=\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{4}\sin h^{-1}4$

If a functional $I[y(x)]=\int_0^1\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx$ is defined on a class $c'[0, 1]$ then prove that :

$$I[1]=1, I[x]=\sqrt{2}$$

and $I[x^2]=\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{4}\sin h^{-1}4$

(b) परवलय $y = x^2$ तथा सरल रेखा $x - y = 5$ के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.

(c) फलनक $\int_a^b\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{1+y'^2}\,dx$ के चरम मान ज्ञात कीजिए।

Find the extremals of the functional

$$\int_a^b\sqrt{x^2+y^2}\sqrt{1+y'^2}\,dx$$